

ASSI ED ALBERI

1 - Definizioni e tabelle di unificazione dei semilavorati

Gli assi e gli alberi sono da classificare tra gli elementi più diffusi e di più vasto impiego nella costruzione delle macchine; essi sono generalmente dei solidi di forma allungata ed atti a consentire e trasmettere il moto di rotazione o di oscillazione attorno ad una retta oppure a garantire posizionamenti o centraggi.

Tali tipi di organi presentano in genere sezione circolare - piena o cava - anche se possono discostarsi da tale configurazione, presentando singolarità quali cave per chiavette o linguette, scanalature, segmenti di sezione poligonale, portate coniche, fori trasversali.

Indipendentemente dalle particolarità geometriche, si è soliti distinguere convenzionalmente col nome di assi quelli, tra i più sopra indicati, per i quali siano preminenti le sollecitazioni di flessione, taglio e sforzo normale; al contrario, si denominano alberi gli elementi sollecitati anche da rilevanti tensioni di torsione.

Conviene tuttavia notare che, quando non sussista possibilità di equivoco ovvero nel linguaggio corrente, si adotta in entrambi i casi la denominazione di albero.

Gli assi e gli alberi sono, come si è già detto, elementi assai comuni e diffusi nella costruzione delle macchine; pertanto si possono avere in uno stesso complesso meccanico organi di tale tipo sottoposti a sollecitazioni di caratteristiche e di ordini di grandezza molto differenti tra loro e, quindi, di dimensioni assai diver-

se. Di qui sorge la necessità di riferirsi a semilavorati - barre - di tipo unificato che presentino una vasta gamma dimensionale in uno con una altrettanto ampia varietà di materiali.

L'UNI prevede, tra l'altro, l'unificazione delle barre cilindriche, dalle quali solitamente si ricavano gli alberi, in numerose tabelle in cui vengono forniti i gruppi di dimensioni unificate, le tolleranze e le norme generali di fornitura e di accettazione.

Per ciò che concerne le barre fucinate, ottenute cioè per deformazione plastica a caldo fino ad ottenere la forma voluta mediante urti ripetuti ovvero mediante compressioni graduali, si fa riferimento alla Tabella UNI 3029-64 (Barre tonde d'acciaio fucinate. Dimensioni, tolleranze, sovrametalli - Sperimentale 1964).

L'unificazione descritta in detta tabella riguarda i diametri D e relative tolleranze, i sovrametalli a (figura 1) delle barre tonde d'acciaio allo stato grezzo di fu

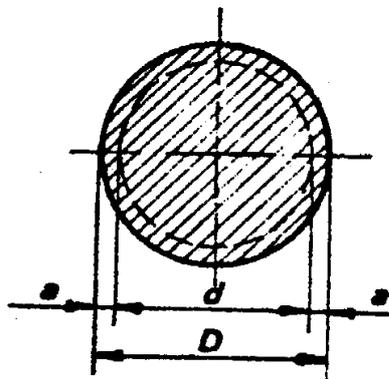


figura 1

cinatura nonchè i corrispondenti diametri d massimi ottenibili mediante successiva lavorazione meccanica a freddo, per i quali risulti assiemata l'assenza di difetti superficiali da fucinatura.

La designazione unificata - Barra D UNI 3029-64 - va completata con l'indicazione del materiale, prescelto tra gli acciai semplici o speciali al carbonio ovvero legati per fucinare, con esclusione degli acciai speciali per tensili e degli acciai inossidabili.

Le barre laminate a caldo - ottenute generalmente da billette per successivi passaggi attraverso rulli "calibrati" - sono unificate nella tabella UNI 6012-67 (Prodotti di acciaio laminati a caldo. Barre tonde di uso generale. Dimensioni e tolleranze); tale tabella concorda con le raccomandazioni CECA (EURONORM 60-65) emanate nel 1966 e sostituisce la tabella UNI 706.

L'unificazione riguarda i diametri d e le tolleranze su di essi ed inoltre le tolleranze sulle lunghezze - ma non le lunghezze stesse - e sulla massa dell'intera barra; vengono inoltre forniti i valori limiti della freccia q riferita alla lunghezza L (figura 2) come indice della rettilineità dell'asse.

Le stesse norme consigliano di scegliere i materiali per la costruzione di tali barre tra quelli indicati nella tabella UNI 5034-64 e prescrivono la seguente designazione: Tondo d UNI 6012-67 oppure Tondo dxL UNI 6012-67 da completare con il materiale prescelto.

Sia le barre fucinate sia quelle laminate debbono quindi essere sottoposte a lavorazione meccanica prima di poter essere utilizzate; esistono però semilavorati di tipo più pregiato rispetto ai precedenti, i quali, per la cura con cui sono stati prodotti, possono essere impiegati anche senza subire ulteriori lavorazioni.

Tali semilavorati sono normalizzati nella tabella UNI

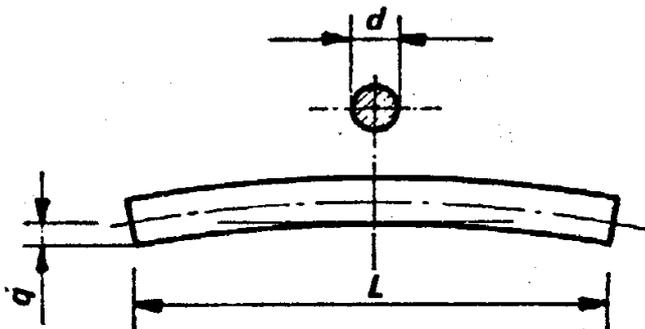


figura 2

5945-67 (Barre tonde d'acciaio non legato o legato, trafilate o pelate rullate. Norme generali di fornitura e di accettazione).

La cennata tabella riguarda le norme generali per le forniture di barre di sezione circolare ottenute sia per trafilatura - operazione di stiramento a freddo con pas saggio attraverso una matrice - sia per tornitura e suc cessiva rullatura (pelate rullate).

Giova notare che la stessa tabella costituisce anche un prospetto generale di una serie di tabelle in cui so no dettagliatamente indicate le norme di accettazione, i diametri e le tolleranze su questi ultimi per le diverse qualità di lavorazione.

Ad esempio, le tabelle UNI 468-70; 469-79; 3113-70; 5953-70 riguardano le barre trafilate rispettivamente con tolleranze h11 sul diametro (barre tonde trafilate e pelate rullate comuni) h 9; h 8; h 7 (barre tonde trafilate o pelate rullate di precisione).

Va notato inoltre che in ogni caso la lunghezza dei

prodotti deve essere compresa tra m3 e m6 e che essi devono essere protetti dall'ossidazione con vernici antiruggine e la loro superficie esterna non deve presentare rigature, screpolature o difetti di alcun genere. Le barre con tolleranze h8 ed h7 sono normalmente fornite già rettificate.

La designazione unificata va costruita secondo lo schema solito facendo seguire al diametro nominale del tondo la sigla UNI e quindi il numero della tabella. L'indicazione dovrà, infine, essere completata con quella del materiale che la stessa tabella 5945-67 consiglia di scegliere preferibilmente dalle UNI 3596 - 3597 - 5105.

2 - Considerazioni sulla schematizzazione dei sistemi

All'effettivo dimensionamento di un elemento o di una macchina occorre anteporre la costruzione di un modello schematico tale da riprodurre con sufficiente fedeltà, compatibilmente con le difficoltà di calcolo, le condizioni reali di funzionamento per quanto riguarda sia i carichi agenti sia i vincoli esistenti.

In particolare gli assi e gli alberi possono essere assimilati, nella grande maggioranza dei casi, a travi rettilinee vincolate a mezzo di supporti, guide, etc.

Allo scopo di esemplificare quanto detto sopra, cominciamo col fare riferimento ad un sistema molto elementare di albero su due supporti A e B (figura 3) soggetto ad una coppia torcente applicata ad un estremo C₁ e prelevata all'altro estremo C₂ mediante organi che non introducono forze radiali o assiali. E' il caso di un albero di trasmissione, del quale si trascuri il peso, che collega, tramite l'interposizione di opportuni giunti, una

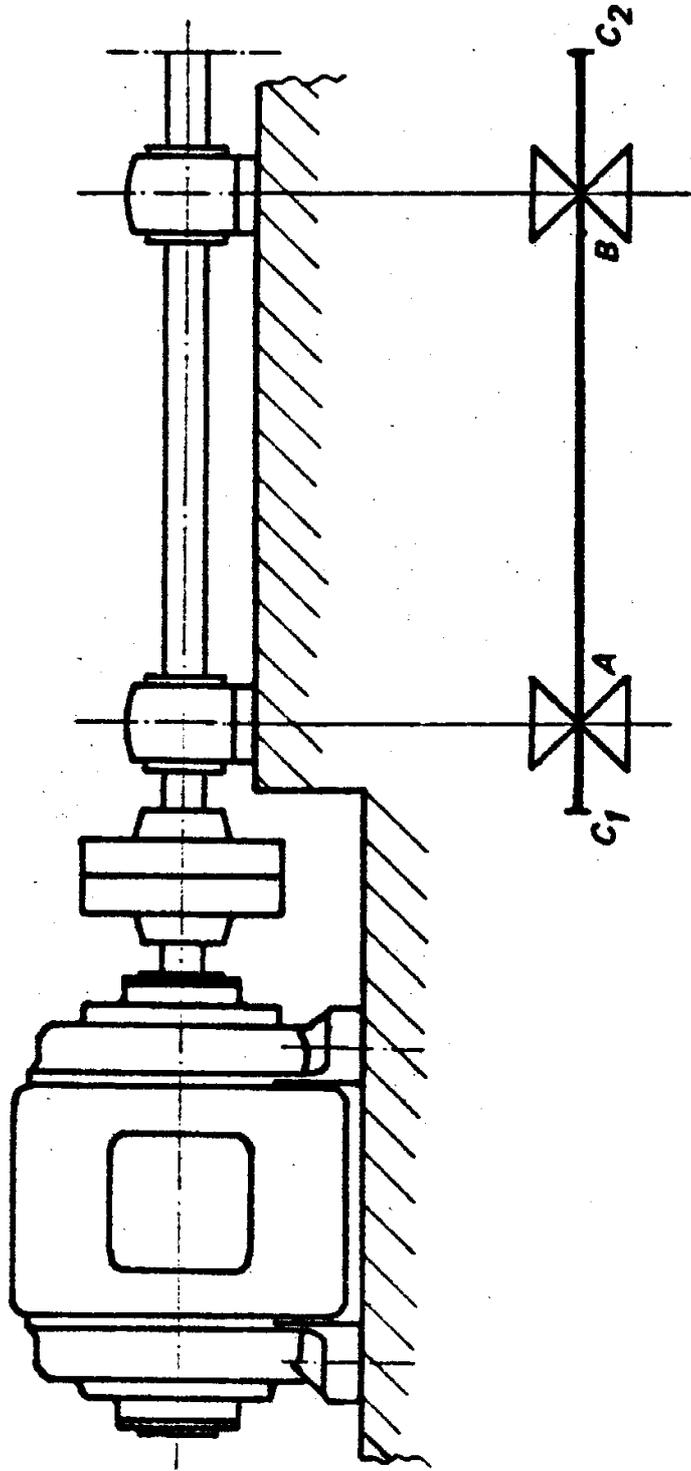


figura 3

macchina motrice ad una operatrice ad essa coassiale.

Lo schema associabile al sistema suddetto è costituito da una trave su due appoggi, assoggettata a momento torcente rappresentata nella stessa figura 3.

Nella figura 4 è riportato un altro esempio di schematizzazione relativo ad un albero di rinvio interessato

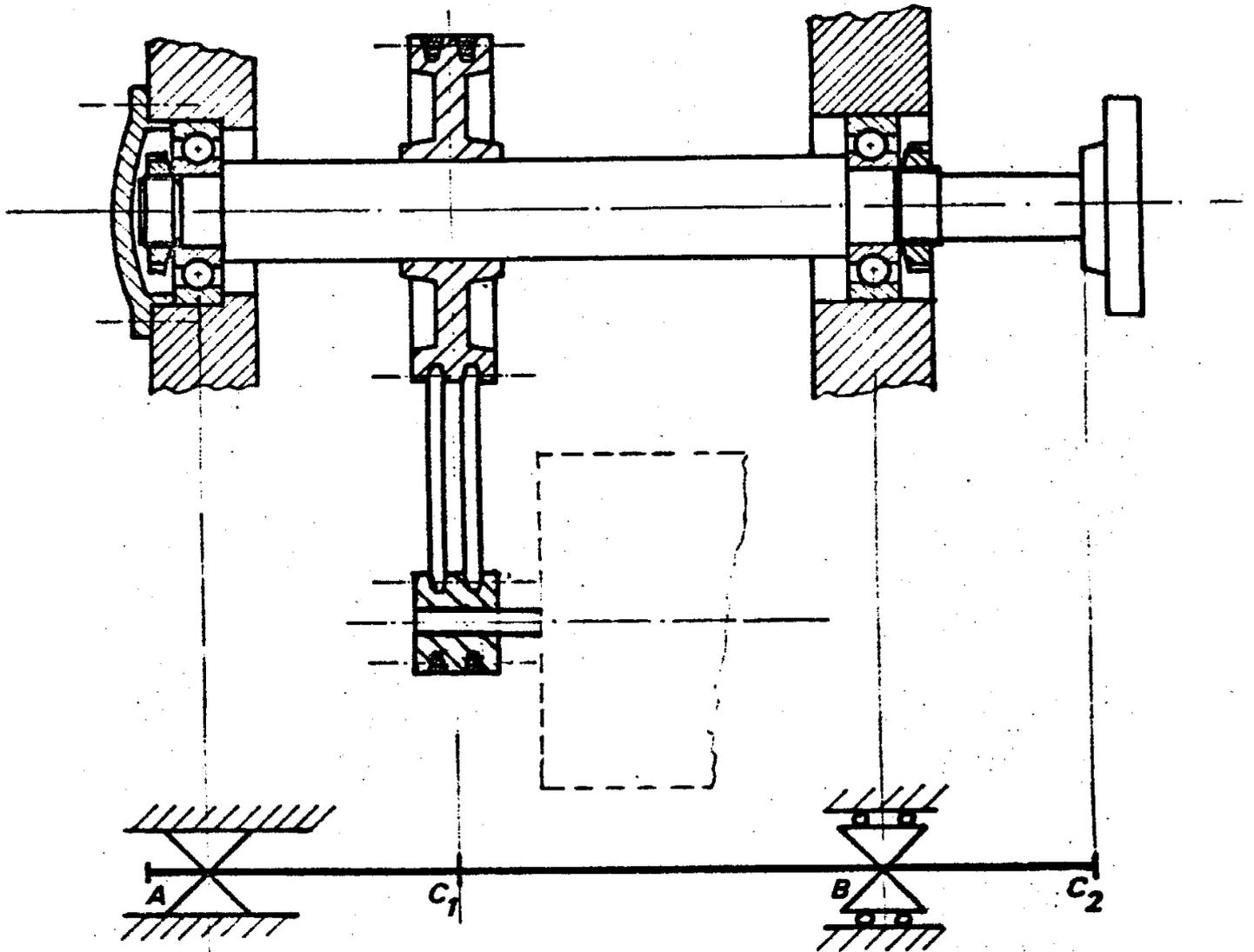


Figura 4

da una trasmissione con cinghia.

L'albero è sostenuto da due cuscinetti radiali rigidi a sfere di cui uno è vincolato all'incastellatura sia radialmente che assialmente, mentre l'altro ha la possibilità di scorrere assialmente rispetto alla propria sede ed entrambi sono solidali all'albero stesso.

Giova sottolineare che tale soluzione costruttiva costituisce un accorgimento molto comune al fine di evitare sovrassollecitazioni indesiderate nell'albero e principalmente nei cuscinetti.

La possibilità di scorrimento di uno dei cuscinetti evita, di fatto, conseguenze derivanti da dilatazioni termiche e da inflessioni cospicue dell'albero, che provocherebbero spostamenti assiali e cimenterebbero quindi in maniera anomala i cuscinetti.

Per tale motivo, con riferimento allo schema di figura, la trave è stata vincolata nei punti A e B, corrispondenti alle sezioni di mezzeria dei cuscinetti, con una "cerniera" (in A) che non interrompe la continuità della trave e con un "carrello" (in B), mentre i carichi in ingresso ed in uscita sono stati localizzati nei punti C_1 e C_2 .

Proseguendo nella dinamica di alcuni casi particolari facciamo riferimento alla figura 5, in cui è rappresentata la sezione di una smerigliatrice. Anche in questo caso il moto viene trasmesso alla mola da un albero il quale, a sua volta, lo riceve attraverso una trasmissione con cinghie trapezoidali.

L'albero della smerigliatrice è montato su tre cuscinetti radiali rigidi dei quali uno - cuscinetto a - è a rulli cilindrici, di forma aperta e pertanto sfilabile nei due sensi, mentre gli altri due - cuscinetti b e c - sono del tipo obliquo a sfere.

Lo schema associabile al sistema descritto è rappre-

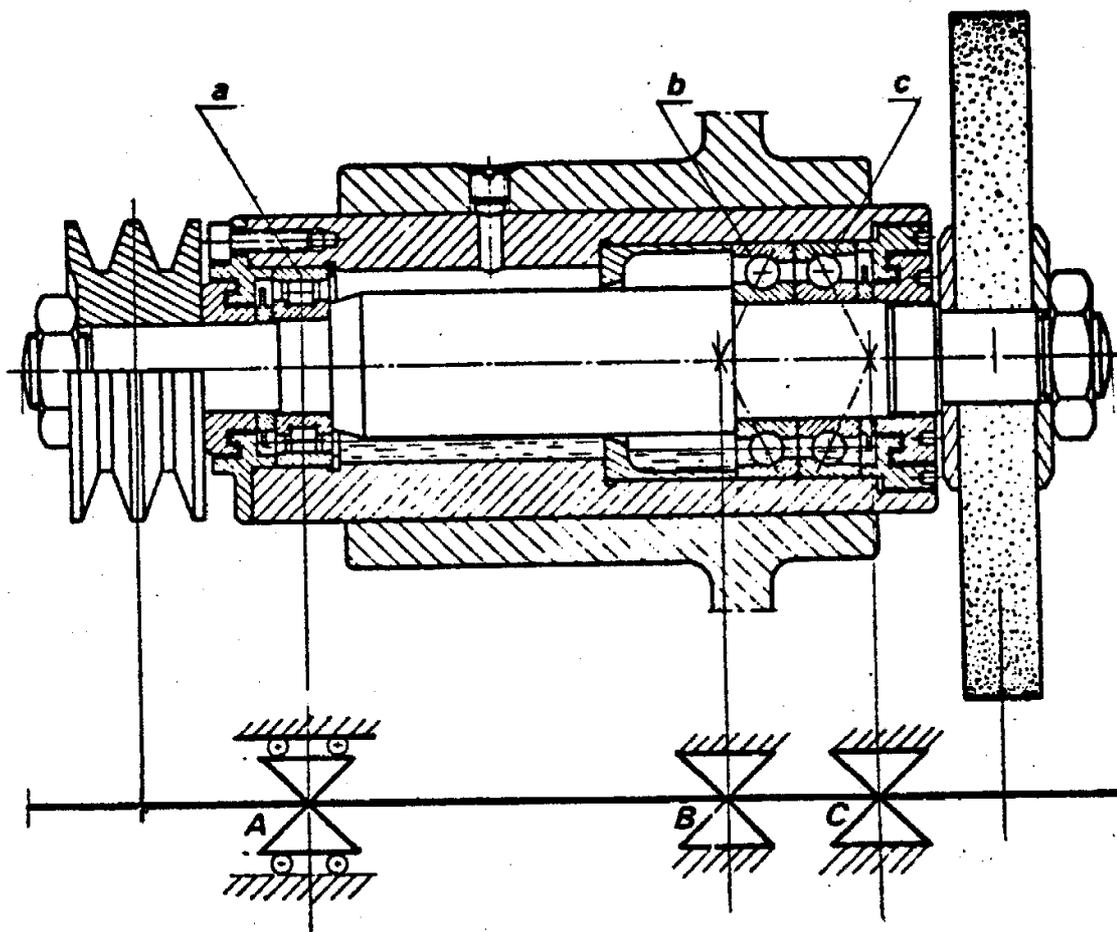


figura 5

sentato nella stessa figura; in corrispondenza della sezione di mezzeria del cuscinetto a si è introdotto un "carrello" in maniera analoga a quanto fatto negli esempi precedenti. Ciascuno degli altri due cuscinetti, a motivo della doppia curvatura delle ralle è stato assimilato ad un appoggio disposto nel punto di intersezione sull'asse delle normali alle due ralle nei punti di contatto con i corpi volventi.

3 - Carichi e caratteristiche della sollecitazione esterna

Una volta che sia stato schematizzato il sistema in base alle condizioni di funzionamento ed alle particolarità costruttive, si dovrà passare alla valutazione delle caratteristiche della sollecitazione esterna presenti nella struttura.

In generale il sistema di carichi agenti sull'albero non è piano per cui conviene fissare una terna di riferimento x, y, z , per la quale una delle direzioni - ad esempio z - coincida con l'asse della trave, e determinare le caratteristiche con riferimento ai piani definiti da detti assi.

Nella figura 6 si è riportato lo schema tratto dalla figura 4, corredato dai diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione relativa ai detti piani.

Il motore fornisce il momento M_m alla velocità ω alla puleggia di diametro d_p che a sua volta lo comunica attraverso la trasmissione a cinghia, alla puleggia di diametro D_p che si raccoglie all'estremità dell'albero, in corrispondenza dell'attacco del giunto elastico G , il momento $M_u = M_m D_p / d_p$; tale coppia si considera applicata alla trave nella sezione C_1 prima specificata, posta a distanza a e b rispettivamente dagli appoggi A e B .

Pertanto, la forza periferica applicata alla puleggia sarà

$$F = 2M_u / D_p = T_1 - T_2$$

in cui T_1 e T_2 sono rispettivamente i tiri relativi ai due rami della cinghia.

Procedendo, come preannunciato, nella scomposizione

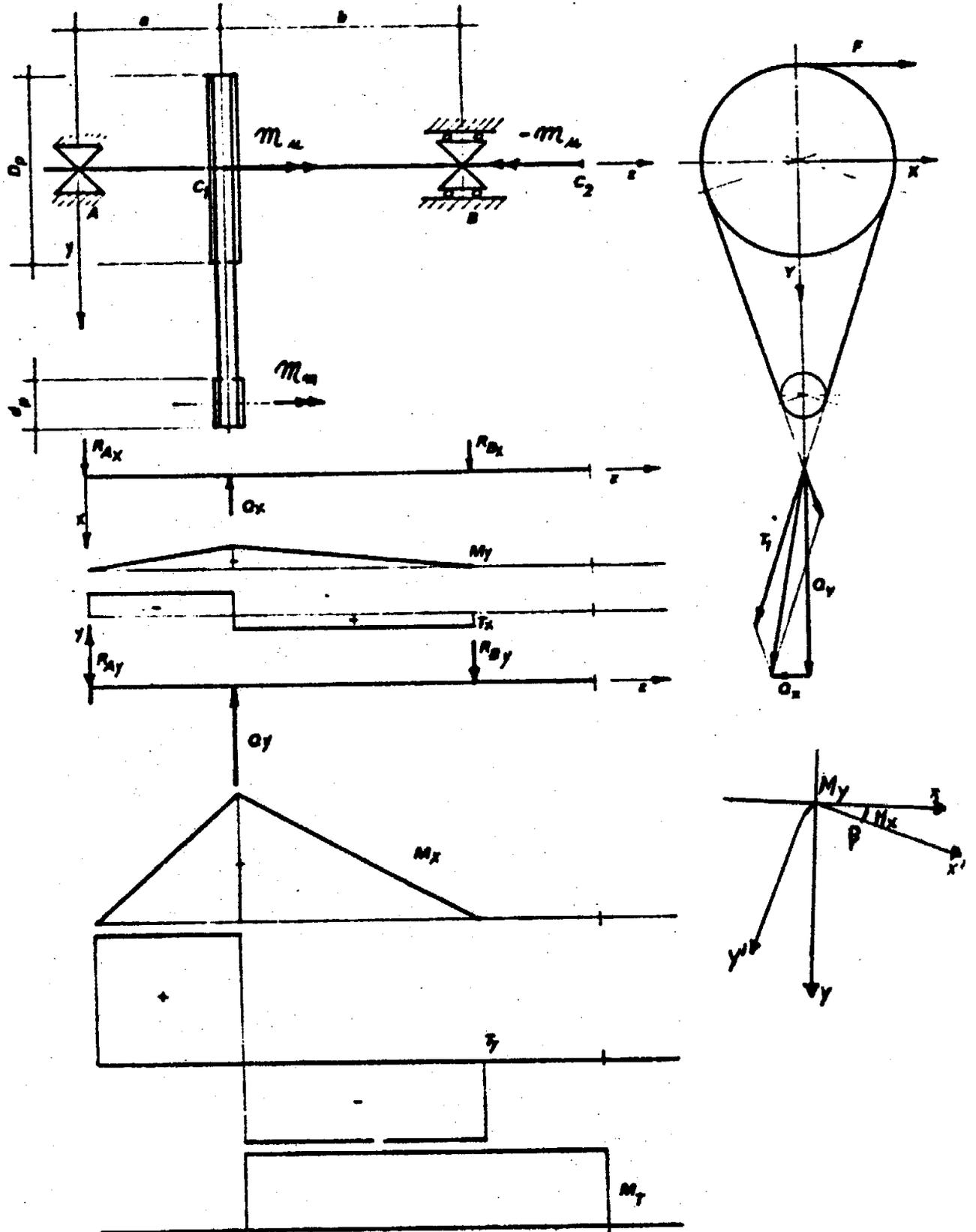


figura 6

delle forze secondo le direzioni prescelte - z coincidente con l'asse della trave e il piano y z contenente l'asse della puleggia motrice - al carico trasversale Q, applicato alla trave da parte del tiro di cinghia, si possono sostituire le sue componenti

$$Q_x = T_{1x} + T_{2x}$$

e

$$Q_y = T_{1y} + T_{2y}$$

Da esse possono ricavarsi le componenti delle reazioni vincolari R_{Ax} ; R_{Bx} ; R_{Ay} ; R_{By} in base alle semplici condizioni di equilibrio.

La conoscenza dei suddetti enti consente di tracciare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione esterna M_x , M_y , T_x , T_y , relative ai singoli piani, mentre il diagramma del momento torcente si ripete identicamente in qualsivoglia piano contenente l'asse.

Al di là dell'esempio fin qui trattato, nel caso più generale, al quale peraltro faremo riferimento nel seguito, riterremo presenti tutte e sei le caratteristiche di sollecitazione esterna più volte elencate.

Conseguentemente alla generalità del caso, trattandosi di un sistema di carichi spaziale, le corrispondenti sollecitazioni debbono essere determinate per composizione vettoriale.

Così, per individuare ad es. il piano d'inflessione, normale al vettore rappresentativo del momento flettente M_f , occorre comporre i vettori M_x ed M_y ottenendo (figura 6) il modulo di detto momento complessivo

$$M_f = M_x^2 + M_y^2$$

e l'angolo β formato dalla normale al piano d'inflessione con l'asse x attraverso la relazione

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{M_x}{M_y}$$

analogamente per il taglio si ha

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$$

e

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{T_y}{T_x}$$

Giova infine osservare che sarà $\beta = \beta'$ solo se non è presente un momento flettente localizzato nella stessa sezione derivante, ad esempio, da una componente assiale eccentrica rispetto all'asse dell'albero.

4 - Procedimenti di progettazione e di verifica di assi ed alberi

Prima di passare alla determinazione dello stato tensionale indotto nelle sezioni prive di singolarità appar-

tenenti a solidi di forma cilindrica, ci soffermiamo brevemente sui principali criteri di resistenza fornendone nella tabella 1 le espressioni delle corrispondenti tensioni di confronto σ_c riferite a quelle principali σ_1 ; σ_2 ; σ_3 .

Val la pena di osservare che tra i criteri elencati nella sopracitata tabella, di più comune impiego risultano quelli fondati sulla valutazione delle massime dilatazioni e del lavoro di sfiguramento.

Il primo è particolarmente atto ad esprimere il comportamento dei materiali fragili (ad es. ghise); la tensione di confronto può, in particolare, essere posta nella forma

$$\sigma_c = \frac{m-1}{2m} \sigma + \frac{m+1}{2m} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

quando sia presente una sola tensione normale σ e la tensione di recisione τ .

Il criterio di Henky - Von Mises, che nelle stesse notazioni fornisce per la tensione di confronto la relazione

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

risulta in buon accordo con la realtà specie con riferimento a materiali duttili; per essi, infatti, si verifica sperimentalmente in prove di sola torsione

$$\tau_R \cong 0,55 \sigma_R$$

TABELLA 1

Criterio di resistenza	Tensione di confronto
1. Criterio della massima tensione	$\sigma_c = \max \begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{cases}$
2. Massima dilatazione (Gashof)	$\sigma_c = \max \begin{cases} \sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m} \\ \sigma_2 - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{m} \\ \sigma_3 - \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{m} \end{cases}$
3. Massima tensione tangenziale (Tresca - De Saint Venant)	$\sigma_c = \max \begin{cases} \sigma_1 - \sigma_2 \\ \sigma_2 - \sigma_3 \\ \sigma_3 - \sigma_1 \end{cases}$
4. Massima energia di deformazione (Beltrami - Haig)	$\sigma_c = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{2}{m}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)}$
5. Massimo lavoro di sfiguramento (Henky - Von Mises)	$\sigma_c = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1}$

laddove il menzionato criterio fornirebbe il valore

$$\sigma_R = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_R \approx 0,58 \sigma_R$$

invero poco discosto dal precedente.

Ciò premesso, con riferimento ad una sezione circolare di diametro d (figura 7), ricordiamo le relazioni che forniscono le tensioni nei vari casi di sollecitazione semplice.

Per lo sforzo normale si ha una tensione uniforme in tutta la sezione pari a

$$\sigma_{Nz} = \frac{4N}{\pi d^2}$$

mentre per la flessione si ha una tensione variabile linearmente con la distanza y' dal piano neutro data da

$$\sigma_{fz} = \frac{64 M_f}{\pi d^4} y' ;$$

che assume il suo valore massimo per $y' = d/2$ pari a

$$\sigma_f = \frac{32 M_f}{\pi d^3}$$

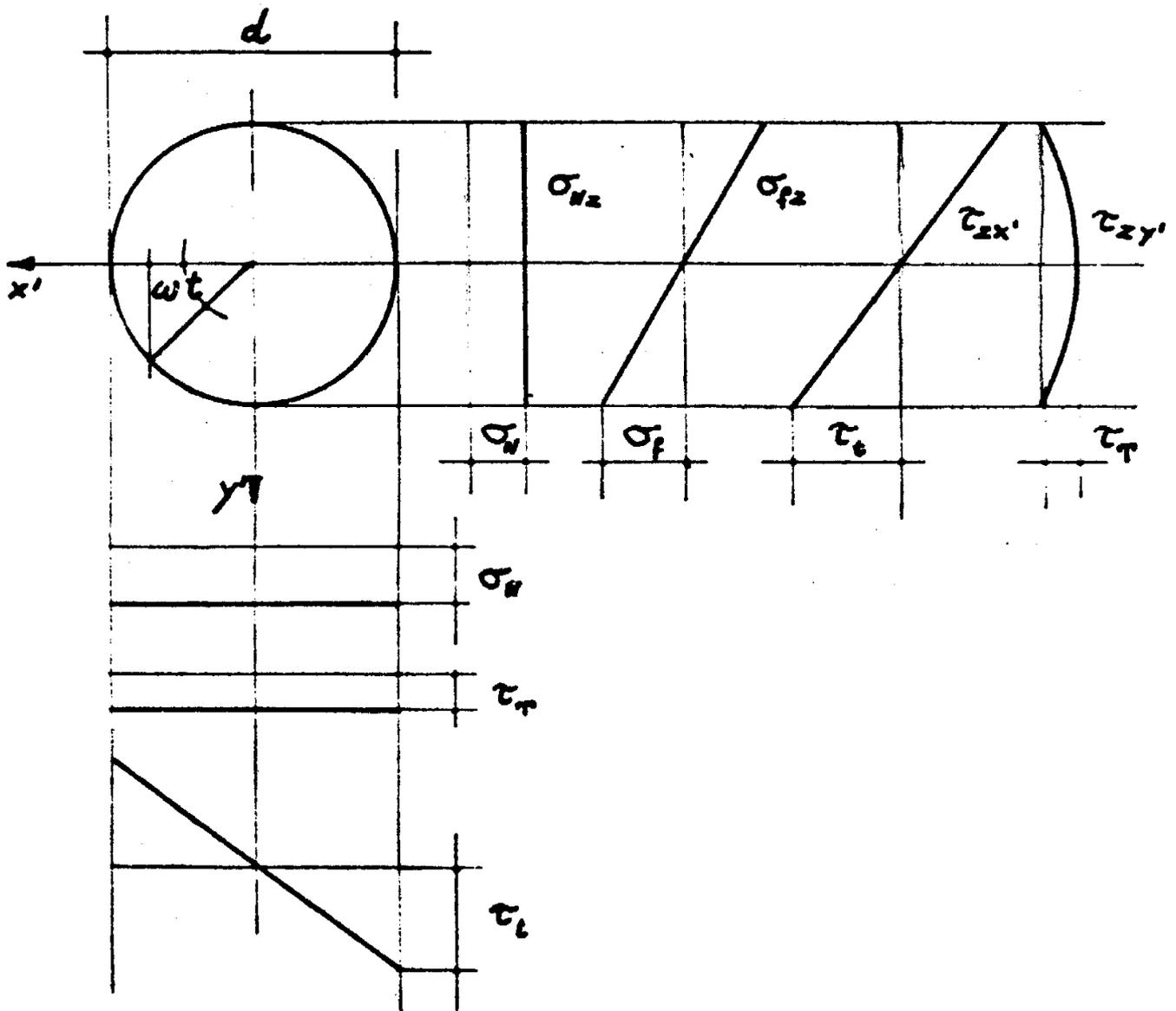


figura 7

La torsione invece produce nella sezione retta una tensione di recisione variabile linearmente in direzione radiale secondo quanto evidenziato nel diagramma relativo, tracciato nella stessa fig. 7. La tensione massima da torsione viene raggiunta sul contorno e si ottiene dalla relazione

$$\tau_{zt} = \frac{32 M_t}{\pi d^4} r ;$$

ponendo $r = d/2$ si ha detto valore massimo fornito dalla espressione

$$\tau_t = \frac{16 M_t}{\pi d^3}$$

Al contrario, la tensione dovuta al taglio T , generalmente di valore assai ridotto rispetto alle precedenti, raggiunge il suo valore massimo in corrispondenza del piano meridiano normale alla direzione del taglio stesso ed ivi vale

$$\tau_T = \frac{16}{3} \frac{T}{\pi d^2}$$

annullandosi al contorno come pure evidenziato in figura.

Pertanto, per effettuare un dimensionamento di massima o una verifica, converrà considerare i punti appartenenti al contorno ed in particolare gli estremi del dia

metro giacente lungo la direzione x' , dove si sommano le tensioni di recisione dovute alla torsione ed al taglio, ed è pure presente la tensione dovuta a sforzo normale, oppure agli estremi del diametro giacente lungo y' in cui sono presenti le tensioni da sforzo normale, flessione e torsione.

In entrambi i casi si dovrà risalire alla tensione di confronto attraverso uno dei criteri di resistenza innanzi richiamati per determinare il coefficiente di sicurezza con riferimento alla maggiore delle due tensioni di confronto ricavate.

Applicando il criterio di Henky, per il primo caso si ha

$$\sigma'_c = \sqrt{\sigma_N^2 + 3(\tau_t + \tau_T)^2}$$

e per il secondo

$$\sigma''_c = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_f)^2 + 3\tau_t^2}$$

Nelle considerazioni precedentemente svolte si è determinato lo stato tensionale presente in un solido di sezione circolare in condizioni statiche, considerando cioè l'elemento come una trave fissa con carico costante in posizione invariabile; nella pratica tali condizioni raramente si verificano.

Nel caso più comune, il generico punto di un albero di trasmissione risulta ruotante rispetto al sistema di carico (flessione rotante accompagnata da torsione e ta

glio), mentre nel caso degli assi, pur non verificandosi spostamenti dei carichi, si riscontrano variazioni della loro intensità, esprimibili secondo modelli statistici. Ad esempio, per sale ferroviarie, tale modello terrà conto delle asperità del suolo e delle irregolarità delle rotaie.

Con riferimento al semplice caso di flessione rotante, in un albero la tensione relativa alla generica fibra esterna del solido varia nel tempo t con legge sinusoidale; indicata con ω la velocità angolare dell'albero, si può scrivere (figura 7)

$$y' = (d/2) \sin \omega t$$

per cui detta tensione viene fornita da

$$\sigma = \frac{64 M_f}{\pi d^4} \cdot \frac{d}{2} \sin \omega t = \sigma_f \sin \omega t$$

Ritenendo trascurabile l'apporto della tensione di resistenza dovuta al taglio ed applicando, ad esempio, il criterio di Henky, la tensione di confronto varierà secondo la legge

$$\sigma_c = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_f \sin \omega t)^2 + 3\tau_t^2}$$

oscillando tra gli estremi

$$\sigma_{\text{MAX}} = \sqrt{(\sigma_N \pm \sigma_f)^2 + 3\tau_t^2}$$

min

5 - Verifica in base alle deformazioni

In luogo di quanto in precedenza esposto, si rende spesso necessario seguire un procedimento di calcolo o di verifica basato sui valori massimi assunti dalle deformazioni degli elementi; ciò accade, in special modo, per determinate categorie di organi o di sistemi meccanici, quali ad esempio apparecchiature di misura, macchine utensili, etc.

Pertanto, dopo aver effettuato la schematizzazione del sistema e la valutazione dei carichi e delle caratteristiche della sollecitazione esterna da essi derivanti, si dovrà procedere al calcolo delle deformazioni quali angoli di torsione, frecce e angoli di inflessione in funzione dei parametri dimensionali del sistema.

Nel caso, ormai non più tanto frequente, di lunghe trasmissioni, oppure in cambi di velocità a più ingranaggi con alberi estremamente scarni nel dimensionamento, od ancora negli alberi di distribuzione dei motori a C.I. dove necessita una grande precisione per la apertura e la chiusura delle valvole, si usa limitare lo angolo unitario di torsione espresso dalla relazione ben

nota con riferimento ad elementi cilindrici a sezione circolare di diametro d

$$\theta_1 = \frac{32}{\pi} \frac{M_t}{Gd^4}$$

in cui, oltre ai simboli noti si è indicato con G il modulo di elasticità trasversale.

Il valore massimo tradizionalmente assunto per θ_1 si aggira intorno a

$$\theta_{1\max} = 1/4 \text{ grado/m} = 0,004363 \text{ rad/m}$$

tuttavia nulla vieta l'assunzione di valori inferiori per detto limite specie quando si teme l'insorgere di vibrazioni flessionali.

Se nella espressione di θ_1 esplicitiamo, in luogo del momento, la tensione di torsione, si ha

$$\theta_1 = \frac{2}{DG} \tau_t$$

la quale mostra che un albero dotato di elevata rigidità torsionale (basso valore di θ_1) presenta una tensione di esercizio molto bassa; ciò costituisce un'indicazione utile nei riguardi del materiale da prescegliere che, se altre condizioni lo permettono, può essere rela

tivamente poco resistente.

Quando ci si propone il proporzionamento di un organo sulla base della sua rigidezza, e non della sua resistenza, si tende a definire le dimensioni imponendo, come si è visto per il caso della torsione, le deformazioni massime accettabili; in tal caso, molte volte accade che gli stati tensionali che ne derivano siano abbondantemente inferiori ai più gravosi accettabili.

In tal tipo di calcolo si ricercano in definitiva le caratteristiche della deformazione ed, imponendo ad esse dei limiti, si ricavano le dimensioni di massima da dare all'organo.

Per ciò che riguarda gli assi o gli alberi, oltre all'angolo di torsione, che si usa limitare nei casi sopra accennati, grande importanza possiede anche la freccia massima dovuta all'inflessione.

Tradizionalmente si suole affermare che il rapporto tra la freccia massima y_{max} e la luce l della trave con cui si è schematizzato l'albero deve essere inferiore al valore $1/3000$.

Tale condizione però risulta talvolta insufficiente a fornire degli organi ben proporzionati nei riguardi delle loro deformazioni.

Giova a questo punto osservare che in uno schema semplice, come ad esempio quello di trave su due appoggi, il valore della freccia massima dipende dalla posizione in cui viene applicato il carico.

Ciò comporta, pertanto, la difficoltà di stabilire la rigidezza, difficoltà, peraltro, agevolmente superabile in molti casi con la convenzione di scegliere come indice atto a caratterizzare la rigidezza del complesso il rapporto R tra il carico P applicato in un punto tale da provocare sulla trave la freccia massima possibile e la freccia stessa.

Per il caso di trave appoggiata ad es. il problema si risolve riferendosi al carico applicato in mezzeria per cui l'indice di rigidezza ad esso relativo è

$$R = \frac{P}{y_{\max}} = \frac{48EI}{l^3}$$

Nel caso di trave su due appoggi con sbalzo, figura 8, schema tipico per le teste motrici delle macchine u

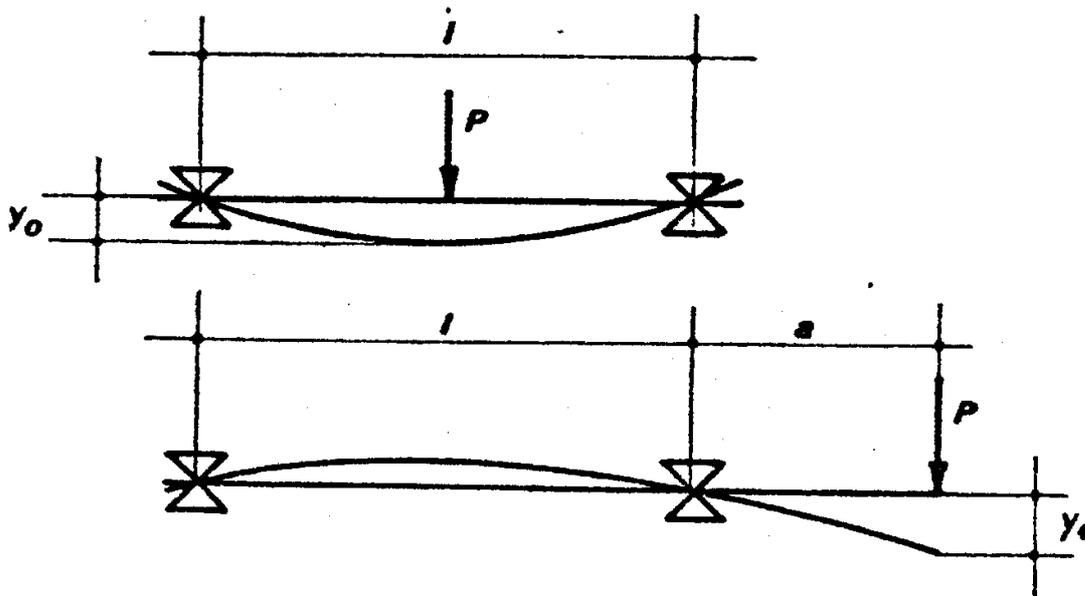


figura 8

tensili, si osserva che, situando il carico in mezzzeria, si ottiene in sua corrispondenza la freccia

$$y_0 = y_{\max} = \frac{P l^3}{48 EI}$$

mentre, ponendo il carico P all'esterno dello sbalzo di lunghezza a , la freccia nello stesso punto vale

$$y_1 = \frac{P}{EI} \frac{(l+a)a^2}{3}$$

In queste due condizioni di carico si otterranno dei valori diversi per gli indici di rigidezza

$$R_0 = P/y_0 \quad \text{ed} \quad R_1 = P/y_1 ;$$

per i successivi calcoli si dovrà fare riferimento al minore dei due, dipendente dal rapporto

$$\lambda = a/l$$

Istituito, quindi, l'altro rapporto

$$\rho_1 = \frac{R_0}{R_1} = 16\lambda^2(1 + \lambda) ,$$

nel diagramma di figura 9 è mostrato il corrispondente diagramma e la sua intersezione con la retta $\rho_0 = 1$. Poichè tale intersezione si verifica per $\lambda \cong 0,23$, se ne deduce che, per valori inferiori di λ l'indice atto a caratterizzare la rigidità del sistema sarà R_0 e viceversa per $\lambda > 0,23$.

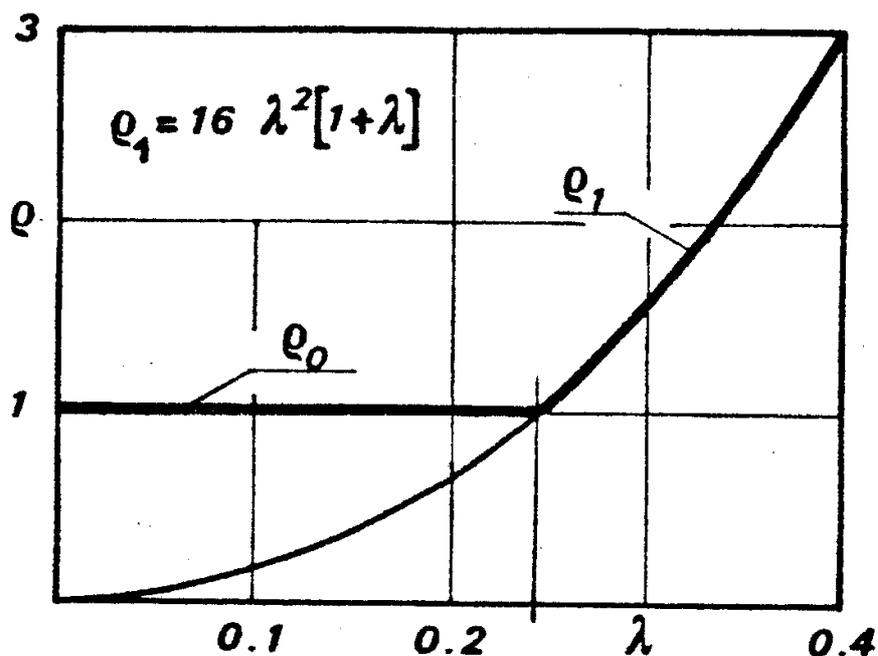


figura 9